

日本経済におけるOkun法則 —四半期データによる分析*

平 田 純 一**

The Okun's Law in the Japanese Economy—A Quarterly Analysis

Junichi HIRATA

In the U. S. economy, it is strongly believed that the Okun's law has remained reliable up till now. In spite of this fact various macro-economic relationships, such as the Phillips curve, the money-demand function, etc., have collapsed during the 1970's. On the other hand, we did not have much work on the Okun's law for the Japanese economy until recently. Since, in the Japanese economy, even during the Oil Crises, the unemployment rate never reached 3% which is very low compared to the rate in other developed countries, it is rather understandable that the Okun's law did not attract researchers' interest. But, Kurosaka and Hamada, in their recent study, have established the Okun's law in the Japanese economy utilizing an annual model. Although this is an important fact finding, an annual model has a restricted use as an econometric model. So, in this study we would like to extend the Okun's law in the Japanese economy for a quarterly base.

This paper is organized as follows: After a brief introduction in the section 1, we shall show that the Okun's law could be established by a quarterly model with quarterly dummy variables, in the section 2. However, our quarterly model contains the serial correlation in the error terms, we shall review the GLS estimation techniques when the error terms follow serial correlations, in the section 3. In the section, we shall also present an efficient algorithm to apply the GLS estimations. Then, in the section 4, we shall present various analyses, such as how stable the Okun coefficient is in the Japanese economy, how the first Oil Crisis affected the Okun relation, and so on, by our quarterly model estimated by the GLS. Finally, in the section 5, we shall summarize main conclusions, and review remaining problems.

Key words: Okun's law/Japanese economy/quarterly model/GLS estimation/potential GNP

1. 序

米国経済を前提とし、実質GNPと失業率とを結び付けるマクロ的関係(米国では、実質GNPが3%増加すると、失業率が1%低下する)として導かれたOkun法則[13]は、1970年代に、Phillips曲線、マクロ貨幣需要関数等他のマクロ的経済関係が崩壊した時機にも、唯一その関係を維持していると言われる。しかしながら、日本経済を前提として、Okun法則を推定する作業は、従来ほとんど行われてこなかった。日本経済では米国経済と異なり、終身雇用制が普及しており、企業の生産調整が

失業率に反映しにくく、オイル・ショック期でも失業率が3%を越えたことはない。このことが、日本経済におけるOkun法則の研究にエコノミストの関心を引き起こさなかった理由であろう。ところが最近になって、黒坂・浜田[6, 11]は、日本経済においてもOkunの関係が意味を持つことを主張している。黒坂・浜田の研究によって得られた主要な結論は：

- (i) 日本経済におけるOkun法則は、国民所得推計の改定、第1次オイル・ショックによる経済構造の変化を考慮して、1953—64、1965—73、1974年以降の3期間に分割して考察する必要がある。
- (ii) 上記各期間について、Okunの推定方法の3番目を適用して推定すると、Okun係数は、それぞれ、15、40、5となり、米国経済で通常推定される3 (Okun, Perry[15]等) より大きな値を取るが、

原稿受付 昭和60年3月28日

*本稿は、昭和58年度文部省科学研究費補助金(奨励研究(A))、課題番号 58730038)による研究成果の一部である。

**長岡技術科学大学計画・経営系

第1次オイル・ショック以後その値は低下し、米国型に近づいている。

- (iii) Okun の推定方法の2番目を適用して、全期間に共通な Okun 係数を推定すると10となる。

等である¹。

従来日本経済を対象とする、マクロ計量経済モデルにおいては、Okun の法則、又は、そこで重要な役割を持つ潜在 GNP 成長率を明示的にモデルに組み込む試みはなされてこなかった。それゆえ、黒坂・浜田の推定結果を援用して、Okun 法則、あるいは GNP ギャップをマクロ計量経済モデルに組み込んでいくことは、一つの試みとして行いうるに値すると思われる。ところで、通常、マクロ計量経済モデルは、四半期データを用いて作成されるのに対して、黒坂・浜田の推定結果は、暦年データを用いて得られたものである。更に、黒坂・浜田ではデータのバラツキの激しさを理由に、四半期データの利用には、否定的な見解を示している。しかしながら、暦年データを用いた上に、観測期間を分割して推定を行うと、個別観測期間の自由度は、極端に小さくなるという推定のうえで回避すべき大問題に直面する。よって、以下本稿では、日本経済のマクロ計量経済モデルに、Okun 法則を導入するという観点から、四半期データによる Okun 法則の推定問題を検討する。

本稿における主要な論点は、以下の通りである：

- (i) 季節調整を施していない四半期データに、四半期ダミー変数を導入するという極めて初等的な方法による、四半期モデルによっても、Okun の第3番目の方法により、黒坂・浜田の結果と矛盾しない Okun 係数の推定が可能であることを示す。
- (ii) (i)で得られた推定結果では、Durbin-Watson 統計量から明らかとなるように、誤差項に系列相関の存在が認められる。黒坂・浜田の推定結果でも同様に存在するが、四半期モデルにおける、この問題の存在はより深刻である。そこで、この問題を回避する為の、有効な推定手法を吟味する。
- (iii) マクロ計量経済モデルに Okun の法則を導入する際に三つに区分された観測期間ごとに独立な推定式を用いるのは煩雑であり、この問題は係数ダミーを用いることにより、容易に解決されることを示す。

本稿では、以下2節で、四半期データによる Okun 係数の推定を、Okun の3番目の方法により行った結果を示す。3節では、誤差項の系列相関の問題と、これを解決する為の推定方法について論じる。4節では、3節で提示した推定手法により、各種の方法で推定された

Okun 係数について吟味する。特に我々は Okun 係数の安定性を慎重に考察する。最後の5節では、本稿で得られた結果を整理し、今後の研究課題を提示する。

2. 四半期データによる Okun 係数²

本節では、四半期データを用いて、Okun の3番目の方法による Okun 係数の推定を論じる。我々も黒坂・浜田に従ってデータを期間区分して用いるが、1965年以降のデータのみを利用し、1965 I—1973 IVを第1期間、1974 I—1982 IVを第2期間として分析する。黒坂・浜田では分析対象に含まれている 1953—1964 年を除外し、1965年以降で期間を二つに区分したのは、国民所得体系における推計手法がこれを境に変更されていること(経済システム外の条件に依存していること)、及び、本稿の目的が、Okun 法則をマクロ計量経済モデルの一部として推定することにあり、最近のマクロ計量経済モデルは、1965年以後のデータを用いて構築されるのが標準であることによる。又、四半期データを用いているので、期間区分は必ずしも年末にする必要はなく、最適な期間区分自身も推定すべき重要な要因と考えられるが、これに関しては、4節で詳しく論じることにし、ここでは、暦年モデルと四半期モデルの推定結果を直接比較する為、黒坂・浜田の期間区分に従う。

Okun の3番目の方法に従う時、我々の推定式は、季節変動を考慮して、

$$\ln(100-UP) = \beta_0 + \beta_1 \ln GNP75 + \beta_2 T + \beta_3 D1 + \beta_4 D2 + \beta_5 D3, \quad (2-1)$$

となる。ここで UP は失業率(%表示)GNP75は、1975年価格の実質 GNP であるが、黒坂・浜田のパラメーター値と直接的に比較する為、各四半期の値を4倍し、年率にしてある。同様に、タイム・トレンドを示す T も、1965年第1四半期を1.0とし、各四半期ごとに0.25ずつ増加させている。又、D1—D3は第1—3四半期ダミー変数である。なお、UP、GNP 75には季節調整を施していない。(2-1)式の1965 I—1973 IVのデータを用いた直接最小乗法(OLS)による推定結果は

$$\begin{aligned} \ln(100-UP) = & 4.376 + 0.0197 \ln GNP75 \\ & (70.420) \quad (3.531) \\ & -0.00193T - 0.000861D1 \\ & (-3.625) \quad (-0.733) \\ & + 0.00294D2 + 0.00228D3. \\ & (2.469) \quad (2.517) \end{aligned} \quad (2-2)^3$$

$$R_1^2 = 0.821, R_2^2 = 0.791, S.E. = 0.000988, D.W. = 1.232,$$

となる。一方、1974 I—1982 IVのデータを用いた推定結果は⁴、

$$\begin{aligned} \ln(100-UP) = & 3.690 + 0.0792 \ln GNP75 \\ & (10.872) (2.681) \\ & - 0.00454T + 0.000915D1 \quad (2-3) \\ & (-3.324) (1.892) \\ & + 0.0114D2 + 0.00824D3. \\ & (2.468) (2.623) \end{aligned}$$

$$R_1^2 = 0.750, R_2^2 = 0.708, S.E. = 0.00174, D.W. = 0.545,$$

となる。

黒坂・浜田に従って、期間ごとの Okun 係数及び潜在 GNP 成長率を計算すると⁵、Okun 係数は、第 1 期間で、50.86、第 2 期間で、12.63 となり、第 1 期間の潜在 GNP 成長率は、9.79%、第 2 期間のそれは、5.69% となる。これ等の値を、黒坂・浜田の表 2 の値と比較すると、Okun 係数では我々の推定結果の方が大きい（第 1 期間で、50.86 対 40.32、第 2 期間で、12.63 対 5.38）が⁶、潜在 GNP 成長率の推定値では、ほぼ同じである。以上のことから、我々の四半期データによる推定作業によっても、黒坂・浜田同様、日本経済にも、Okun 法則が成立することが示されたと言える。

しかしながら、我々の推定式 (2-2, 3) における、Durbin-Watson 統計量は、極めて小さく、誤差項に正の自己相関が認められる。故に、我々が推定したパラメーター値の信頼性は高いとは言えない。この問題は、黒坂・浜田においても発生していた可能性は否定できないが、いかんせん、暦年モデルによる推定では、サンプル数が少なく、この問題の適切な処理は困難である⁷。従って、暦年モデルについての言及はこれだけに止め、四半期モデルの問題に転ずる。先ず、節を改めて、誤差項に自己相関のある場合の推定手法を論じる。

3. 誤差項に自己相関のある場合の GLS 推定

時系列データを用いた回帰分析を行う場合は、ほとんど常に、誤差項の自己相関の問題に直面する。一方、いかなる計量経済学の教科書にも、誤差項における自己相関存在の有無の判定法、及びこれを解消する為の推定手法は述べられている。しかしながら、これまで日本で発表される実証分析においては、単一方程式推定に関する限り、ほとんどの場合が、OLS による推定結果であり、誤差項の一階の自己相関の有無を判定する指標である、Durbin-Watson 統計量は、記載されてはいても、推定式を評価するうえで、言及されないことが多い。又、進んで、誤差項の自己相関が意識された場合でも、これを解消する為に用いられる推定手法としては、誤差項に一階の自己相関を仮定し、Cochrane-Orcutt 法の各種の手法のいずれかを用いる程度である。しかしながら、た

とて誤差項の自己相関を調整したとしても、自己相関の階数の判定を誤ると、望ましい推定量が得られないことも知られている。(Godfrey [5])

誤差項に自己相関を含む場合の一般化最小自乗法 (GLS) 推定、及び誤差項の自己相関の形状の判定に関しては、各種の計量経済学の教科書に記されており、最も簡便なのは Johnston [9] である。ここでは、我々の用いている計算機プログラムの説明も兼ねてこの問題を若干整理しておく。

我々が考える推定問題は、

$$y = X\beta + u \quad (3-1)$$

という標準的な回帰式（ここで y は $T \times 1$ の従属変数ベクトル、 X は $T \times k$ の説明変数行列、 β は $k \times 1$ のパラメーター・ベクトルであり、 u は $T \times 1$ の誤差ベクトルである。）において、誤差項 u_t が以下の如く表わされる場合である。

$$u_t = \sum_{j=1}^p \beta(j) u_{t-j} + e_t, \quad (3-2)$$

ここで、 $\beta(j)$ ($j=1, \dots, p$) は定数、 p は、誤差項の自己相関の階数、 e_t は、 $N(0, \sigma_e^2 I)$ の分布を持つ攪乱項である。なお、2 節で示した我々の推定問題においては、 X にはラグ付き従属変数を含まず非確率的であるので、以下でもこの場合のみを考える⁸。(3-2) で表わされる誤差項の分散-共分散行列は、

$$V(u) = E[uu'] = \quad (3-3)$$

$$\begin{bmatrix} R(0) & R(1) & \dots & R(p) & \dots & R(T-1) \\ R(1) & R(0) & R(1) & \dots & R(p-1) & R(p) & R(T-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ R(p) & R(p-1) & \dots & R(0) & \dots & R(T-p+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ R(T-1) & R(T-2) & \dots & \dots & \dots & R(1) & R(0) \end{bmatrix}$$

と表わされる。ここで、

$$R(i) = E[u_t u_{t+i}] \quad (i=0, \dots, p, t=1, \dots, T), \quad (3-4)$$

である。 $R(0)$ は誤差項 u の分散であり σ^2 で定義しておく。ここで $p=1$ であれば、(3-3) 式で表わされる分散-共分散行列は、Johnston の (8-11) 式と同等である。又、この分散-共分散行列は、Toeplitz 対称行列の性質を満たしており、行列の全体は、その行目のみによって規定され、行列の (j, k) 番目の要素は、 $|j-k|$ のみに依存して決まる。

上で設定した推定問題は、もし自己相関の階数 p が既知で、 $V(u)$ 行列の要素も既知であるならば、Aitken 推定 (GLS) により、 β の BLUE を得ることができる。もっともこの為には、誤差項を独立な均一分散にする為の変換行列 P 、及び $V(u)$ 行列の逆行列 $[V(u)]^{-1}$ を求める必要がある。分散-共分散行列 $V(u)$ は対称行列であ

るので、もし正値定符号であるならば、 $V(u) = PP'$ となる正則行列 P が存在することが知られている。 P は正則行列であるので、逆行列が存在し、これにより $P^{-1}V(u)P'^{-1} = I$ の変換が可能である。よって、 $Q = P^{-1}$ と置き、この Q を用いて (3-1) 式を変換すると、

$$Qy = QX\beta + Qu \quad (3-5)$$

となり、(3-5) の誤差項の分散-共分散行列は、

$$\begin{aligned} V(Qu) &= E[Quu'Q'] \\ &= QE[uu']Q' \\ &= I \end{aligned} \quad (3-6)$$

となり、(3-5) 式の誤差項は、独立で均一分散であることが分かる。又、 $[V(u)]^{-1} = P^{-1}P^{-1} = Q'Q$ であることも自明である。

実際に、変換行列 Q を求める為には、若干の工夫が必要であり、 $p=1$ の時に、Cochrane-Orcutt 型 [3] の変換行列と、Prais-Winsten 型 [16] の変換行列⁹ の存在が知られている。両者の相違は一行目のみであり、Cochrane-Orcutt 型の変換では、推定に際して、一番目の観測値が失われる。このことは、推定値の大標本特性には影響を与えないが、サンプルが少ない時には、推定結果に異同を生じるので、注意が必要である。

一般的に、誤差項の自己相関の階数 p 、及び $V(u)$ 行列が知られている時、 $[V(u)]^{-1}$ を求めるには、以下の如く、 $V(u)$ 行列を Cholesky 分解した上で計算する方法が効率的である¹⁰。分散-共分散行列 $V(u)$ は対称行列であるので、もしそれが正値定符号であるならば、修正 Cholesky 分解¹¹ により、一意的に対角化され、

$$V(u) = LDL' \quad (3-7)$$

と表わされる。ここで D は対角行列ですべての対角要素は正、 L は対角要素が 1 の下三角形行列である。

ところで、実際の推定作業においては、一般的には、自己相関の階数 p 、分散-共分散行列 $V(u)$ は共に未知である。ここでは先ず、 p が既知であり、 $V(u)$ が未知の場合の推定問題を検討し、後に p の推定問題に進む。

p が既知で $V(u)$ が未知であれば、(3-1) 式を推定する為には、先ず $V(u)$ を推定した上で、 $V(u)$ の推定値 $\hat{V}(u)$ を用いて、上記の GLS 推定を行うことが考えられる。 $V(u)$ の推定方法は、各種提示されており、それ等による GLS 推定の優劣を評価する為のモンテ・カルロ実験もいくつか報告されている¹²。我々は、そのなかで計算が容易で、比較的良好な結果が得られるとされている、(3-1) 式に OLS を適用し、その残差を用いて $V(u)$ を推定する方法を採用する。ここでは先ず、

$$\hat{u} = y - X\hat{\beta}_{OLS} \quad (3-9)$$

を導き、 $V(u)$ の要素である $R(i)$ は、

$$\hat{R}(i) = \sum_{j=1}^{T-i} \hat{u}_j \hat{u}_{j+i} / T \quad (i=0, \dots, p) \quad (3-10)$$

により推定する。 $R(i)$ の不偏推定量は、(3-10) 式の T を $T-i$ に置き換えることにより得られる。しかしながら、 $R(i)$ の不偏推定量で構成された $V(u)$ は、正値定符号の条件を満たさない可能性があるのに対して、(3-10) 式により計算された $V(u)$ は、少なくとも半正値定符号の条件を満たしている¹³。もし、 $V(u)$ が正値定符号の条件を満たさないと、先に記した行列式の定理が適用できなくなる。又、 T が十分大きければ、両推定値の相違は無視し得るので、我々は (3-10) 式により、 $R(i)$ を推定する。

$R(i)$ が求められると、(3-2) 式に示される自己帰帰過程のパラメーターは、次の Yule-Walker 式¹⁴、

$$\begin{bmatrix} \hat{R}(0) & \hat{R}(1) & \dots & \hat{R}(p-1) \\ \hat{R}(1) & \hat{R}(0) & \dots & \hat{R}(p-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{R}(p-1) & \hat{R}(p-2) & \dots & \hat{R}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_1 \\ \hat{\alpha}_2 \\ \vdots \\ \hat{\alpha}_p \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \hat{R}(1) \\ \vdots \\ \hat{R}(p) \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

$p \times p$

を用いて推定されることが知られている。ここで、 $\hat{\alpha}_i$ は $\alpha_i (= -\beta_i)$ の推定値である。又、誤差項 u の分散 σ^2 は、 $\sigma^2 = \sum_{j=0}^p \alpha_j R(j)$ により推定される。上記、Yule-Walker 式を解く為の有効な算法として、Levinson アルゴリズム [12] があり¹⁵、我々もこれを用いた。最後に問題になるのが p の推定である。誤差項の自己相関の有無を判定する為の統計量として、計量経済分析で最も標準的に用いられるのは、Durbin-Watson 統計量であるが、これは誤差項の一階の自己相関の有無を判定する為の統計量であり、誤差項の自己相関の階数を推定する為の統計量ではない。そこで我々は、2種類の統計量を用いて、自己相関の階数を推定した。1つは、近年時系列解析で標準的に用いられる、赤池 [1] の情報量基準 (AIC) と Parzen [14] の CAT 基準である。もう1つは、Godfrey [5] によって最近提示された、 l -統計量である。

Godfrey の l -統計量は、説明変数にラグ付き従属変数が含まれている場合の誤差項の自己相関の階数を判定する統計量¹⁶ として考案されたものであり、OLS の残差を用いて、 χ^2 検定に帰着する。本稿での推定問題では、説明変数にラグ付き従属変数は含まれていないが、この場合に関して、Godfrey は OLS の残差から、

$$l = T(r_1^2 + r_2^2 + \dots + r_p^2) \quad (3-12)$$

を計算し、 χ^2 検定を施すことを提案している。ここで $r_i = \hat{R}(i) / \hat{R}(0)$ ($i=1, \dots, p$) は、 i 階の自己相関係数の推

定値である。

Godfrey の l -統計量に対して、AIC, CAT 基準では誤差項と説明変数の間の相関は考慮されていない。AIC, CAT は自己回帰過程の階数判定基準として、独立に開発されたものであり、開発思想は異なるが、現実のデータに適用すると、ほとんどの場合、同じ階数を与えることが知られている。AIC 基準では、誤差項の分散の推定値 $\hat{\sigma}_m^2$ を用いて、

$$AIC(m) = \ln \hat{\sigma}_m^2 + 2m/T \quad (3-13)$$

を最小にする m を選択する。CAT 基準では、

$$CAT(m) = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^{m-1} \frac{T}{T-j} \hat{\sigma}_j^2 - \frac{T}{T-m} \hat{\sigma}_m^2 \quad (3-14)$$

を最小にする m を選択する。よって、我々が用いる自己相関の階数 p は、(3-13) 式又は、(3-14) 式で選択された m である。AIC と CAT による結果の相違が少ないとされることから、本稿での推定には、CAT 基準のみを用いた。

以上の記述を整理すると、我々の推定手法は、

- (i) (3-1) 式に OLS を適用し、 $\hat{\beta}_{OLS}$ を求める。
- (ii) 推定式の残差 $\hat{u} = y - X\hat{\beta}_{OLS}$ を計算する。
- (iii) \hat{u} に時系列解析手法を適用し、CAT 基準により p を求め、 $\hat{\alpha}_p(i)$ ($i=1, \dots, p$)、 σ_p^2 を推定する。更に、Godfrey の l -統計量を計算する。
- (iv) (3-1) 式の両辺に、 $\hat{\alpha}_p(i)$ 、 σ_p^2 で構成される $D^{-1/2}L^{-1}$ を乗じる。
- (v) (iv) で変換された推定式に OLS を適用し、 $\hat{\beta}_{GLS}^{(1)}$ を求める。
- (vi) (ii) にもどり $\hat{\beta}_{GLS}$ を $\hat{\beta}_{GLS}^{(1)}$ に置き換える。
- (vii) 上記の過程を $\hat{\beta}_{GLS}$ が収束するまで繰り返す。
- (viii) 収束したら、再び Godfrey の l -統計量を計算する。

以上で GLS 推定値が得られたわけであるが、CAT 基準による階数と Godfrey の l -統計量による階数の異同を調べ、もし異なれば、 l -統計量で決まる階数を与えて、上記の推定を行い、推定結果の吟味を行う。なお、(viii) で再度 l -統計量を計算するのは、CAT 基準による GLS 推定により、残差の自己相関が解消されているかどうかを確認することが目的である。

なお、上記手法で推定された $\hat{\beta}$ 等のパラメーターに関する統計的性質は Fomby 等 [4] に整理されており、 $\hat{\beta}$ 、 σ_p^2 は漸近的に有効で一致推定量であり、 $\hat{\beta}$ は漸近的に正規分布に従うことが知られている。

4. GLS による推定結果

以下では、2 節で提示した四半期データによる Okun 係数の推定結果を、3 節で詳述した GLS 推定法を用いて再推定し、その結果を用い、いくつかの問題を考察する。(2-2, 3) 式に対応する、Okun の 3 番目の方法による推定結果は次の通りである。

$$\begin{aligned} \ln(100-UP) = & 4.381 + 0.0192 \ln GNP75 \\ & (72.359) (3.540) \\ & -0.00188T - 0.000904D1 \quad (4-1) \\ & (-3.633) (-0.0792) \\ & + 0.00273D2 + 0.00214D3. \\ & (2.360) (2.512) \end{aligned}$$

$$R_1^2 = 0.820, R_2^2 = 0.790, S.E. = 0.000976, D.W. = 1.649,$$

$$\rho_1 = 0.280, \rho_2 = -0.139.$$

$$\begin{aligned} \ln(100-UP) = & 4.190 + 0.036 \ln GNP75 \\ & (15.076) (1.475) \\ & -0.00258T + 0.00192D1 \quad (4-2) \\ & (-2.321) (0.484) \\ & + 0.00454D2 + 0.00366D3. \\ & (1.197) (1.453) \end{aligned}$$

$$R_1^2 = 0.729, R_2^2 = 0.683, S.E. = 0.00171, D.W. = 1.816,$$

$$\rho_1 = 0.735, \rho_2 = 0.414.$$

(4-1) 式では、GNP75、 T の係数共、有意水準 5% で有意である。(4-2) 式では、 T の係数は、有意水準 5% で有意であるが、GNP75 は、有意水準 10% でも有意でない。又、回帰式の標準偏差も (4-2) 式では、(4-1) 式の倍近い値を取っている。OLS の推定結果でも標準偏差の相違は現われているが、GNP75 が有意でなくなったのは、GLS 推定を用いたことの影響である。(4-1, 2) 式の誤差項の自己相関を示す ρ を比較してみると、両式の誤差項の自己相関パターンに相違があることは歴然としている。

以上の如き問題があるが、期間ごとの Okun 係数、潜在 GNP 成長率を計算すると、Okun 係数は、第 1 期間で、52.08、第 2 期間で 28.09 となり、潜在 GNP 成長率は、第 1 期間で、9.79%、第 2 期間で 7.25% となる。Okun 係数が、第 2 期間で第 1 期間に比して低下していることは、2 節の結果と同じであり、第 1 期間の Okun 係数値は 2 節の結果とほぼ同じであるが、第 2 期間では大きく相違している。一方潜在 GNP 成長率は、第 2 期間でかなりの相違が認められるが、第 1 期間では同程度である¹⁷。

上の OLS による推定結果と、GLS による推定結果の相違の評価は、意見の分かれるところであろうが、Okun 係数推定の為のモデルが真のモデルであるならば、推定

手法としては、OLSよりも、GLSの方が望ましい性質を持っているので、GLSの推定結果を採用すべきである。すると、第1期間で、有意に推定された、GNP75のパラメーター値が、第2期間では有意でなくなった理由付けを行う必要が生じる。こうした分析の方向は、Okun係数の要因分析及び日本の労働市場の詳細な検討と併せて興味ある分析課題である。しかしながら、本稿では、上記の問題を期間区分の適切さの観点から吟味しておく。第1次オイル・ショックが日本経済に与えた影響は大きかったが、Okun係数上でどの時点から影響が出たかは、データー分析の結果導くべき性質のものと考えられる。というのは、この期間区分が誤っていると、(4-1, 2)式による推定結果の信頼性に疑問が生じるからである。又、この分析により、Okun係数の安定性に関しても若干の情報が得られるであろう。

上記の目的に照らして我々が最初に行ったのは、観測期間を細分し、各観測期間を5年間(20サンプル)に固定し、1年分ずつ観測期間をずらしながらOkun係数の推定を繰り返すという試みである。区間の区切りを5年間にする積極的理由は存在しないが、GLS推定を行うには、最低でも20サンプル位は必要であると考えられ、その条件下で最も小さい数であり、切れも良いという程度の理由である。この結果をまとめたのが表1であり、我々の推定結果に、期間区分と推定手法のどちらがより大きな影響を与えるかを見る為に、OLSによる推定結果とGLSによる推定結果を併記してある。

表1を一見して明らかな様に、Okun係数、潜在GNP成長率共に極めて不安定な動きを示している。各期間ごとのOLS推定値とGLS推定値の間には、期間5, 6, 7, 10のように、極めて大きな相違を生む期間もあるが、概してその差は大きくない。よって、Okun係数の推定値は、推定手法よりも期間区分により大きな影響を受けることが分かり、必ずしも安定的な関係とは言えないとの判断もできよう。しかしながら、計量経済分析で用いられるどのような関数も上記のような分析を行えば、ある程度のパラメーター推定値の異同は避けられない。又、我々の期間区分は、景気循環の周期等を考慮しない、機械的なものであるので、この結果だけから、日本においてOkun法則は無意味であるとして退けるのは早急であろう。特に表1の結果でOkun係数が明らかに異常な値を示すのは、第1次、第2次オイル・ショック期を観測期間の終りに含む、期間5, 6, 11であり、その他の期間のOkun係数は、安定しているとは言えないが、一定の範囲に入っており、日本におけるOkun法則の評価には、オイル・ショックの影響に関してより一層

表1 期間別の Okun 係数と潜在 GNP 成長率*

| 期 間 | Okun 係数 | 潜在 GNP 成長 率 | AR の 数 |
|----------------------|---------------------------|-----------------|--------|
| 1965 I — 1973 IV | 50.86 52.08 | 9.79 9.79 | 2 |
| 1974 I — 1982 IV | 12.63 28.09 | 5.69 7.25 | 2 |
| 1) 1965 I — 1969 IV | 17.58 18.13 | 10.51 10.47 | 2 |
| 2) 1966 I — 1969 IV | 25.05 29.96 | 9.99 9.72 | 2 |
| 3) 1967 I — 1971 IV | 43.38 42.43 | 9.16 9.44 | 4 |
| 4) 1968 I — 1972 IV | 39.82 48.54 | 10.44 10.84 | 2 |
| 5) 1969 I — 1973 IV | 151.54 — ¹⁸ | 15.26 — | 1 |
| 6) 1970 I — 1974 IV | 2250.23 166.17 | 108.56 15.73 | 1 |
| 7) 1971 I — 1975 IV | 37.58 49.26 | 9.15 13.02 | 1 |
| 8) 1972 I — 1976 IV | 29.70 29.15 | 8.38 7.03 | 2 |
| 9) 1973 I — 1977 IV | 51.07 68.54 | 13.83 18.50 | 2 |
| 10) 1974 I — 1978 IV | 10.32 34.81 | 6.51 10.97 | 2 |
| 11) 1975 I — 1979 IV | — — | — — | — |
| 12) 1976 I — 1980 IV | 11.14 13.95 | 5.17 5.11 | 1 |
| 13) 1977 I — 1981 IV | 34.84 30.28 | 5.27 5.03 | 2 |
| 14) 1978 I — 1982 IV | 7.83 5.73 | 4.65 4.53 | 2 |

*各期間ごとに上段は、OLSによる推定結果、下段は、GLSによる推定結果である。(表2, 3でも同様)。

の検討を施す必要がある。

上記の目的を満たす為に我々が行った2番目の安定性の分析は、観測期間の一端を固定した上で、もう一端の観測値を追加しつつ回帰分析を繰り返して、パラメーター推定値の動向を評価するという方法である。上記の通り、観測期間の一端に異常値がある場合に、パラメーター推定値が極端に変化するので、この方法で、我々は、Okunの関係が不安定になる時機に見当が付けられるであろう。

この結果をまとめたのが表2, 3である。表2では、第1次オイル・ショック以前を対象にし、表1の期間1をベースに、1972年迄は1年分ずつ、1973年、74年については1四半期分ずつデーターを追加して推定を繰り返

した結果である。表3では、第1次オイル・ショック以後を対象にし、表1の期間14をベースにして、1975年迄は1年分ずつ、1973年、74年については1四半期分ずつ遡ってデータを追加し、推定を繰り返した結果である。

表2の結果を概観すると、潜在GNP成長率はGLSの推定結果で、9.45-10.34、OLSの推定結果で、9.51-10.36で極めて安定している。これに対して、Okun係数の推定値には、かなりの変動が認められる。誤差項の自己相関も、1973年迄のデータを用いる限りでは、階数2で一定であるが、それ以後のデータを含むと、階数が1に変化して来ている。又、OLSによる推定値とGLSによる推定値の間には大きな相違は認められない。そこで、Okun係数のGLS推定値を注視してみる。期間1、2、3のパラメーター推定値は安定しているとは言えないが、1972年迄のデータによる推定値と、1973年第1—3四半期迄データを追加した推定値は極めて近い値を取っており、第1次オイル・ショック以前のデータによるOkun係数の推定値は、36前後と考えるのが妥当な線である。これに対して、(4-1)式から得られるOkun係数値は、表2の期間7に対応するので、52となり、極めて大きくなっている。又、36という値は浜田・黒坂の40よりやや小さくなっている。1973年第4四半期以後のデータを追加した推定結果では、Okun係数は期間10まで順次大きくなり、期間11で急に低下している。よって、我々は、第1次オイル・ショックにより、Okun係数を推定する為の期間区分を与えるのならば、1973年第3四半期迄をオイル・ショック以前の期間と考えざるを得ない。この期間のデータによるGLS推定式は次の通りである：

$$\ln(100-UP) = 4.287 + 0.0276 \ln GNP_{75} - 0.00273T \\ (76.713) (5.508) (-5.624) \\ + 0.000852D1 + 0.00480D2 + 0.00369D3. \quad (4-3) \\ (0.873) \quad (4.195) \quad (4.326) \\ R_1^2 = 0.885, R_2^2 = 0.842, S.E. = 0.000854, D.W. = 1.812, \\ \rho_1 = 0.114, \rho_2 = -0.185.$$

次に、オイル・ショック以後の期間区分を取る為、表3の結果を検討する。表3の結果は、表2の結果と若干様相を異にしている。潜在GNP成長率は、やはり比較的安定しているが、傾向として、古いデータを追加するにつれてその値が大きくなっており、第1次オイル・ショック以後の日本経済の成長率の低下傾向を忠実に表わしている。Okun係数の推定値は、OLSでもGLSでも表2の様な変動は認められないが、第5期間以後OLSと

表2 オイル・ショック以前の Okun 係数と潜在 GNP 成長率

| 期 間 | Okun 係数 | 潜 在 GNP 成 長 率 | AR の 階 数 |
|---------------------|----------------|------------------|-------------|
| 1) 1965 I — 1970 IV | 21.86 24.75 | 10.36 10.34 | 2 |
| 2) — 1971 IV | 43.76 43.74 | 9.51 9.45 | 2 |
| 3) — 1972 IV | 34.33 36.30 | 9.98 9.95 | 2 |
| 4) — 1973 I | 34.35 36.30 | 9.94 9.94 | 2 |
| 5) — 1973 II | 33.58 34.54 | 9.98 9.98 | 2 |
| 6) — 1973 III | 35.87 36.27 | 9.91 9.89 | 2 |
| 7) — 1973 IV | 50.86 52.08 | 9.79 9.79 | 2 |
| 8) — 1974 I | 73.21 90.09 | 9.69 9.74 | 1 |
| 9) — 1974 II | 86.28 93.98 | 9.62 9.73 | 1 |
| 10) — 1974 III | 91.83 94.16 | 9.60 9.72 | 1 |
| 11) — 1974 IV | 75.59 68.49 | 9.60 9.70 | 1 |

GLSで推定値の間の乖離が大きくなっている。OLSとGLSの推定値の乖離は、潜在GNP成長率についても認められ、1974年第3四半期以前のデータを含む場合に、乖離が大きくなっている。このことは、この時機以前のデータを含む推定では、残差の自己相関が大きくなっており、OLS推定値の信頼性が低下していると言えよう。Okun係数推定値に関して、OLSによる方が変動幅が小さいが、期間ごとに安定しているとは言えない。一方GLSによると、期間3、11を除いて、古いデータを追加するにつれて、推定値が漸増している。GLSによると、表2のような、パラメーター推定値の急激な変化は認められず、期間区分の選択は容易ではない。オイル・ショック以前の期間区分に連続させて期間8をオイル・ショック以後の期間とすることも可能かも知れないが、GLSによるこの期間のOkun係数推定値は30.62で、オイル・ショック以前の値と大差がない、又、期間9—11のOkun係数値とも大差がない、よって期間8では、オイル・ショック以前の影響が強く出過ぎていると考えられる¹⁹。もう一つの考え方は、OLS推定値とGLS推定値の乖離が比較的小さい期間4をオイル・ショック以後の標準的な場合と考え、1973年第4四半期—1974年第3四半期の丁度1年間をオイル・ショックにより、

表3 オイル・ショック以後の Okun 係数と潜在 GNP 成長率

| 期 間 | Okun 係数 | 潜 在 GNP 成 長 率 | AR の 階 数 |
|-------------------|----------------|------------------|-------------|
| 1) 1977 I—1982 IV | 11.67 14.71 | 5.11 5.20 | 2 |
| 2) 1976 I— | 12.37 14.86 | 5.24 5.31 | 2 |
| 3) 1975 I— | 29.23 32.74 | 6.37 6.57 | 2 |
| 4) 1974 IV— | 21.55 19.13 | 6.05 5.90 | 2 |
| 5) 1974 III— | 15.04 21.59 | 5.73 6.42 | 1 |
| 6) 1974 II— | 13.72 27.70 | 5.76 7.54 | 1 |
| 7) 1974 I— | 12.63 28.06 | 5.74 7.25 | 2 |
| 8) 1973 IV— | 13.44 30.62 | 5.80 7.53 | 2 |
| 9) 1973 III— | 15.01 31.14 | 5.83 7.53 | 2 |
| 10) 1973 II— | 16.65 31.69 | 6.05 7.52 | 2 |
| 11) 1973 I— | 19.17 30.35 | 6.27 7.40 | 2 |

Okun の関係が混乱していた期間とすることである。これによると、オイル・ショック以後の Okun 係数は 19.13、潜在 GNP 成長率は 5.90% となり、両者ともオイル・ショック以前の値と比べると明確に低下している。この期間の GLS による推定式は以下の通りであり、GNP 75、T とも有意水準 5% で有意である。

$$\ln(100-UP) = 3.995 + 0.0523 \ln GNP75 - 0.00309T \\ (14.874) \quad (2.237) \quad (-2.849) \\ + 0.00447D1 + 0.00687D2 + 0.00526D3. \quad (4-4) \\ (1.165) \quad (1.886) \quad (2.161)$$

$$R_1^2 = 0.743, R_2^2 = 0.628, S.E. = 0.00137, D.W. = 1.948, \\ \rho_1 = 0.595, \rho_2 = 0.141.$$

黒坂・浜田の得たオイル・ショック以後の Okun 係数値 5 は、我々の四半期データによる推定では、どのような期間区分によっても得られていない。しかしながら、表 3 の期間 7 と黒坂・浜田の推定期間が一応対応しているので、この時の OLS による Okun 係数推定値 12.63 を上の議論の観点から位置付けると、期間 1 の Okun 係数に次いで小さい値を取っており、我々の推定でも他の様々な場合に比して、小さな値であると言える。よって黒坂・浜田の推定した 5 という Okun 係数

は、期間区分による影響と、誤差項の自己相関を無視して OLS 推定を施した為に得られた、下方にバイアスを持った推定値であり、日本経済における Okun 係数は、オイル・ショック以後低下したが、その値は黒坂・浜田で述べられている程極端な低下ではないと結論付けられよう²⁰。但し、オイル・ショック以後の Okun 係数推定値は、安定しているとは言えず、推定式の誤差項における自己相関の影響も、オイル・ショック以前に比べて強まっている。よって特にオイル・ショック以後の期間については、何故、景気の動向が失業率に反映され易くなったのか、という問題と併せて今後一層の検討が必要である。

以上で我々は、日本経済を前提として Okun 法則を推定する為には、第 1 次オイル・ショックの影響により、期間区分を慎重に行う必要のあることを論じてきた。ところで、マクロ計量経済モデルの一部に Okun の関係を取り入れる為には、上記のような、期間ごとの推定式を用いるのは望ましくない。そこで、全期間を通して、四半期モデルにより推定した結果を示すと、以下の通りである。

$$\ln(100-UP) = 4.410 + 0.0167 \ln GNP75 - 0.00173T \\ (94.822) \quad (4.053) \quad (-6.828) \\ - 0.00130D1 + 0.00198D2 + 0.00181D3. \quad (4-5) \\ (1.632) \quad (2.526) \quad (3.223)$$

$$R_1^2 = 0.809, R_2^2 = 0.902, S.E. = 0.00149, D.W. = 1.625, \\ \rho_1 = 0.715.$$

(4-5) 式から計算される Okun 係数は、59.88、潜在 GNP 成長率は 10.66 となり、両者とも、(4-3、4) 式から計算される値より大きくなってしまっており、受け入れ難い推定結果である。これは、性質の異なるデータを併せて用いたことの結果であり、GLS 推定であるので、期間別の誤差項の自己相関のパターンの相違を無視していることも影響していると考えられる。

上記の問題を解決する為に通常用いられる方法は、期間別のダミー変数を導入することである。上で我々は期間区分として、1973 年第 3 四半期までを前期、それ以後を後期とする考え方と、後期のうち、1973 年第 4 四半期—1974 年第 3 四半期をオイル・ショックによる混乱期とする 2 つの考え方を示した。そこで以下で両方の考え方により、係数ダミー²¹を導入した分析を試みる。最もきめ細かく、 D_a として 1973I—1974III に 1 を取るダミー変数、 D_b として 1974IV—1982IV に 1 を取るダミー変数を導入すると次の推定結果を得る²²。

$$\ln(100-UP) = 4.260 + 0.166D_a - 0.0736D_b \quad (4-6)$$

(174.165) (1.507) (-1.146)

$$+ (0.0303 - 0.0121D_a + 0.00562D_b) GNP75$$

(13.676) (-1.575) (0.997)

$$+ (-0.00296 - 0.00187D_a + 0.000642D_b) T + \dots$$

(-8.258) (-0.708) (0.880)

$$R_1^2 = 0.799, R_2^2 = 0.762, S.E. = 0.00213, D.W. = 1.866,$$

$$\rho_1 = 0.108, \rho_2 = -0.726, \rho_3 = -0.00182.$$

(4-6) 式のパラメーターは必ずしも有意でないが、これにより各期間別の Okun 係数、潜在 GNP 成長率を計算すると、Okun 係数は、33.01, 55.04, 27.85, 潜在 GNP 成長率は、9.77, 26.56, 6.45 と推移している。潜在 GNP 成長率は、(4-3, 4) 式から計算された数値と対応しているが、Okun 係数の推定値は、特に最後の期間で大きな相違を生じている。又、1973IV-1974III は、オイル・ショックによる混乱期として分けて考えるのが適当である。係数ダミーを用いた分析は、ダミー変数の各種の選択により、多数行い得る。ここでは、この方法で、Okun 係数の推定を統一的行えることが示されれば十分であるので、次に、GNP75 にのみ係数ダミーを用いた推定結果を提示するに止める。

$$\ln(100-UP) = 4.265 - 0.118D_b \quad (4-7)$$

(181.801) (-2.050)

$$+ (0.0298 + 0.000212D_a + 0.00992D_b) GNP75$$

(14.043) (3.131) (2.039)

$$- 0.00303T + \dots$$

(-10.816)

$$R_1^2 = 0.789, R_2^2 = 0.762, S.E. = 0.00213, D.W. = 1.906,$$

$$\rho_1 = 0.103, \rho_2 = -0.730, \rho_3 = 0.00633.$$

この式から計算される Okun 係数は 33.55, 33.31, 25.17, 潜在 GNP 成長率は、10.16, 10.09, 7.62 と推移している。以上の係数ダミーの導入により、期間区分、ダミーを用いる変数の選択等の問題はあがるが、一つの推定式で全期間に渡る Okun 係数値の推定が可能であると理解されよう。

最後に、黒坂・浜田で議論されている、Okun の 2 番目の方法による、全期間を通した Okun 係数の推定を、四半期モデルに拡張して本節を閉じる。ここで用いられる方法は、黒坂・浜田に従うので、1967年に現実 GNP が潜在 GNP と一致していたと考える。先づ期間別に次の回帰式を推定する。

$$\ln IGNP75 = \alpha + \beta T + \text{dummy} + u. \quad (4-8)$$

ここで IGNP 75 は、1975年の GNP 水準を 100 として、

規準化した GNP の指数である。(4-8) 式の β として潜在 GNP 成長率が求められる。この値は、1965I—1973III で 12.37(13.27), 1965I—1974III で 13.43(13.62), 1973IV—1982IV で 3.79(3.66), 1974IV—1982IV で 7.96(5.52) である。ここで括弧内は OLS による推定結果である。Okun の 3 番目の方法で求められた値とは相違が認められ、オイル・ショック以前では、(4-8) 式による方が大きく、オイル・ショック以後は、(4-8) 式では期間の取り方により、値が大きく異なる。説明変数がトレンド変数のみの回帰式で、GLS 推定を行うことにどれだけ意味があるか疑問であることもあり、ここでは、1965I—1973III の潜在 GNP 成長率を 12.37, 1973IV—1982IV の成長率を 3.79 とした場合と、前者を 13.27, 後者を 5.52 とした場合の 2 ケースを取り、潜在 GNP を計算する。四半期データを用いた分析であるので、基準年とする 1967 年の各四半期の値をベースに、推定された成長率により潜在 GNP を求める。(4-3, 4) 式で求められた、潜在 GNP 成長率を用いて計算した潜在 GNP とここで求めた 2 種類の潜在 GNP 及び現実の GNP を示したのが図 1 である。よってケース (i) は、潜在 GNP 成長率、9.89, 5.90%, ケース (ii) は、12.37, 3.79%, ケース (iii) は、13.27, 5.52% に対応している。図の縦軸は自然対数で測られている。成長率の差から予想される如く、潜在 GNP にはかなりの幅がある。黒坂・浜田の計算による 1980 年の値は、我々のケース (i), (ii) の値とはほぼ対応している。

Okun 係数の計算の為に我々は、GNP ギップ率 ($\tau = ((\text{潜在 GNP} / \text{現実 GNP}) - 1) \times 100\%$ 及び失業率ギップ ($\lambda = \text{各期の失業率} - 1.26$) を計算し²³、次の回帰を行う。

$$\lambda = b\tau + u \quad (4-9)$$

ここで Okun 係数は b の推定値の逆数として求められる。

上記方法で計算された Okun 係数は、ケース (ii) の潜在 GNP を用いた時、OLS 推定で、31.31, GLS 推定で、42.46, ケース (iii) の時 OLS 推定で、51.15, GLS 推定で 48.36 となる。これ等の値は、黒坂・浜田の推定した 10 よりはるかに大きい。これは、我々の方が潜在 GNP 成長率を高めに推定していることの結果であると考えられる²⁴。

5. 結論と今後の課題

本稿で我々は、黒坂・浜田が暦年モデルを用いて推定した、日本経済における Okun 係数を四半期モデルに拡張

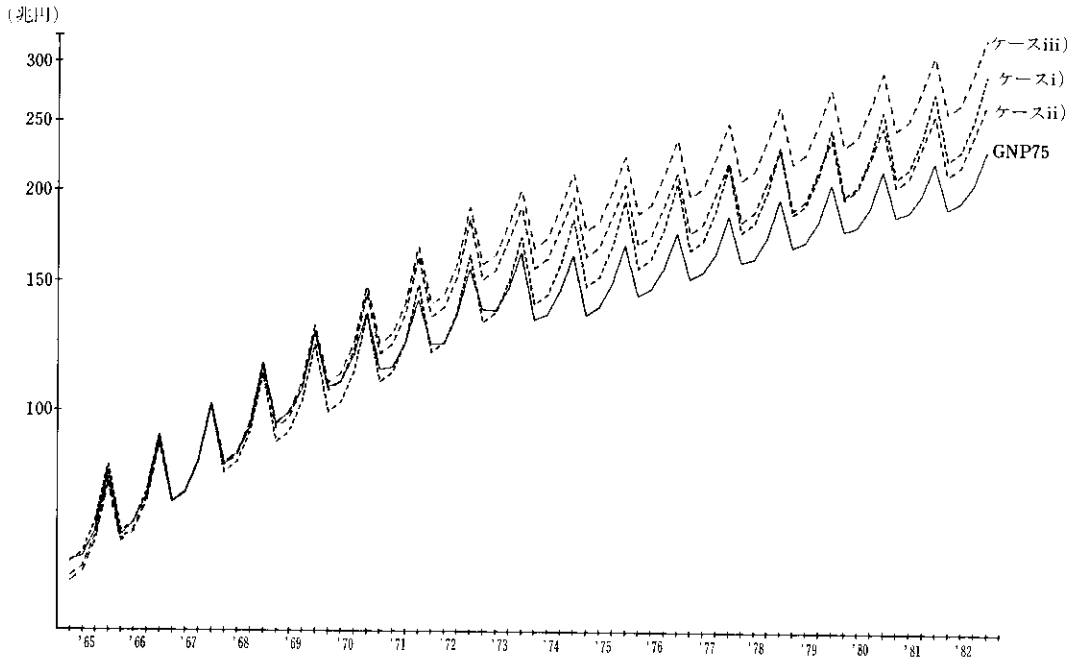


図1 現実の GNP と潜在 GNP

張した。これによって得られた成果は：

- (i) 黒坂・浜田の暦年モデルによる場合より詳細かつ綿密に、Okun 係数の安定性、オイル・ショックによる影響の吟味が行えたこと。
- (ii) 黒坂・浜田の得た Okun 係数推定値と我々の推定値にはかなりの相違が存在するが、Okun の関係が単に米国経済のみならず、日本経済においても重要な意味を持つことを実証したこと。
- (iii) 四半期モデルに拡張したことにより、Okun の関係を、マクロ計量経済モデルに組み込むことが可能になったこと。
- (iv) 推定手法では、扱い易い GLS 推定のアルゴリズムを提示したこと。

等である。

今後残された問題はとして、オイル・ショックの Okun 係数に与えた影響を、ミクロの労働市場の分析を通してマクロ的にとらえる方法を検討することが最も重要であろう。この為、我々は、Okun 係数の要因分解の分析に進んで行く予定である。又、4 節の最後に記した、Okun の 2 番目の方法による Okun 係数の推定では、潜在 GNP 成長率の推定方法をより精細にする必要があると考えら

れる。この問題は、研究者の価値観も影響するので、容易に解決するとは思えないが、今後研究を深めたい。

脚 注

- 1 黒坂・浜田では、Okun 係数の要因分解も議論されているが、本稿は、以下に記す観点に立っており、この問題には触れない。

なお、本稿は、黒坂・浜田[10]に対するコメントとして書き始めたものであり、ほぼ原稿を書きあげてから Hamada-Kurosaka[6]に接した。Hamada-Kurosaka では、データーの更新もあり、本稿の論点と重複する点もあるので、これについては脚注で触れることにする。

- 2 Hamada-Kurosaka により、経済企画庁 [10] で四半期データーによる Okun 法則の推定が行われていることを知ったが、モデルの扱いが我々の場合と若干異なり、この結果との比較は後日を期したい。
- 3 ここでパラメーターの下括弧内はパラメーターの t -値、 R^2_1 は重相関係数、 R^2_2 は自由度修正済みの重相関係数、S. E. は推定式の標準偏差、D. W. は Dur-

bin-Watson 統計量である.

4 黒坂・浜田では、観測期間は1980年迄であり、これとの比較の為に、1974I—1980IVのデータで推定すると、

$$\ln(100-UP)=2.981+0.141 \ln GNP75-0.0769T$$

(3.588)
(-4.082)

$$+0.0196D_1 + 0.0220D_2 + 0.0150D_3,$$

$$(2.878) \quad (3.475) \quad (3.550)$$

$$R_2^2=0.751, \quad R_2^2=0.694, \quad S.E.=0.00171, \quad D.W.=0.711.$$

となる.

5 我々は、既述の如くデーターを調整してあるので、
 黒坂・浜田と同様に、Okun 係数を、GNP 75 の係数
 の逆数として、潜在 GNP 成長率を、T の係数を GNP
 75 の係数で割ることによって求めることができる。

6 脚注4で示した、1980IVまでのデータによる推定結果により、Okun 係数、潜在 GNP 成長率を計算すると、7.09, 5.45%となり、黒坂・浜田の推定結果に近づく。よって、第2期間の推定結果の食い違いは、観測期間の相違による面が大きいと考えられる。

7 Hamada-Kurosaka では、誤差項に一階の自己相関を仮定し、Cochrane-Orcutt 法[3] が用いられている。しかしながら、サンプル数が10以下の場合、この推定法の有効性には限界がある。

8 Xにラグ付き従属変数が含まれる場合には、Xとuの間の確率的独立性の仮定が満たされなくなるので、問題が若干複雑になる。標準的な参考文献は、Johnstonの9章である。

9 $p = 1$ の時には、誤差項の分散—共分散行列は、

$$V(u) = R(0) \begin{pmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1^2 \dots & \rho_1^{n-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_1^{n-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_1^{n-1} & \rho_1^{n-2} & \rho_1^{n-3} \dots & 1 \end{pmatrix} = R(0) Q$$

と表わされる。ここで ρ_1 は誤差項 u の一階の自己相関係数 ($\rho_1 = R(1)/R(0)$) である。よって $[V(u)]^{-1} = (1/\sigma_u^2)\mathcal{Q}^{-1}$ である。Cochrane-Orcutt 型, Praise-Winston 型の変換行列は、共に、 \mathcal{Q}^{-1} を導くが、Cochrane-Orcutt 型の変換行列 (Q_c) は、

$$Q_c = \begin{pmatrix} -\rho_1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\rho_1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\rho_1 & 1 \end{pmatrix}_{(T-1) \times T}$$

であり、Prais-Winston 型の変換行列 (Q_p) は、

$$Q_p = \begin{pmatrix} 1 - \rho_1^2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\rho_1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\rho_1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\rho_1 & 1 \end{pmatrix} \quad T_{X,T}$$

である。ここで、

$$Q_c' Q_c = \rho_1^2 (1 - \rho_1^2) \Omega^{-1}$$

$$= R(0) \rho_1^2 (1 - \rho_1^2) [V(u)]^{-1}$$

$$= \rho^2 \sigma_e^2 [V(u)]^{-1},$$

$$Q_p' Q_p = (1 - \rho_1^2) \Omega^{-1}$$

$$= R(0) (1 - \rho_1^2) [V(u)]^{-1}$$

$$= \sigma_e^2 [V(u)]^{-1}$$

の関係が成り立つ.

10 この方法が効率的であることは，以下に記す，Yule-Walker 式を解く為の Levinson アルゴリズム [12] との関連で明らかになる．

11 説明は, 例えば一松[8]等を参照.

12 これ等については, Johnston, Fomby 等[4] 等に整理されている.

13 説明は、例えば青木[2]等を参照.

14 詳しくは, 目野[7]等を参照.

15 Levinson アルゴリズムの説明は、日野等に求められるが、このアルゴリズムは、自己相関の階数が m の時のパラメーター $(\alpha_m(i) \ (i=1, \dots, m), \sigma_m^2)$ から、階数が $m+1$ の時のパラメーター $(\alpha_{m+1}(i) \ (i=1, \dots, m+1), \sigma_{m+1}^2)$ を漸化式によって求めるという方法である。このアルゴリズムの基礎には、次の関係がある：

(3-11) 式の分散-共分散行列 (の一部) (\tilde{Q}) は, Cholesky 分解され, $\tilde{Q} = \tilde{L} \tilde{D} \tilde{L}'$ となるが, \tilde{Q} の逆行列は $\tilde{Q}^{-1} = \tilde{L}'^{-1} \tilde{D}^{-1} \tilde{L}^{-1}$ となり, $\tilde{L}^{-1}, \tilde{D}^{-1}$ は以下の行列となる:

$$\widetilde{D}^{-1} = \begin{pmatrix} \widehat{\sigma}_0^{-2} & & & \\ & \cdot & & \\ & & \cdot & \\ \mathbf{0} & & & \widehat{\sigma}_{p-1}^{-2} \end{pmatrix}$$

$$\tilde{L}_{-1} = \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ \hat{\alpha}_1(1) & 1 & & & 0 \\ \hat{\alpha}_2(2) & \hat{\alpha}_2(1) & 1 & & \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \\ \hat{\alpha}_{p-1}(p-1) & \hat{\alpha}_{p-1}(p-2) & \cdots & \hat{\alpha}_{p-1}(1) & 1 \end{pmatrix}.$$

ここで $\hat{\sigma}_i^2$ は、自己相関の階数が i の時の σ^2 の推定値であり、 $\hat{\alpha}_i(j)$ は自己相関が i の時の j 階の自己相関のパラメーター (j 階の偏自己相関係数と呼ばれることもある。)である。(3-11)式の α_i ($i = 1, \dots, p$) は、この記法に合わせれば、 $\alpha_p(i)$ ($i = 1, \dots, p$) に対応する。

ところで、本来の u の分散—共分散行列は T 行 T 列であるのに対して、上記 \tilde{Q} は $p \times p$ 行列であり、次元が合わないが、自己相関の階数が p ($< T$) の時には、 $\alpha_T(j) = \alpha_p(j)$ ($j = 1, \dots, p$)、 $\alpha_T(j) = 0$ ($j > p$)、 $\sigma_{p+j}^2 = \sigma_p^2$ ($i = 1, \dots, T-p$) の関係が成り立つので、

$$[V(u)]^{-1} = L^{-1} D^{-1} L^{-1}$$

の D^{-1} , L^{-1} は、次のように表わすことができる：

$$D^{-1} = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_0^{-2} & & & & \\ & \hat{\sigma}_1^{-2} & & & 0 \\ & & \ddots & & \\ & 0 & & \hat{\sigma}_p^{-2} & \\ & & & & \ddots \\ & & & & & \hat{\sigma}_p^{-2} \end{pmatrix}_{T \times T}$$

$$L^{-1} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & & & & \\ \hat{\alpha}_1(1) & 1 & & & \\ \hat{\alpha}_2(2) & \hat{\alpha}_1(1) & 1 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\alpha}_p(p-1) & \hat{\alpha}_{p-1}(p-2) & \dots & \hat{\alpha}_{p-1}(1) & 1 \\ 0 & & & \hat{\alpha}_{p-1}(1) & 1 \\ \vdots & & & & \ddots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \hat{\alpha}_{p-1}(1) & 1 \end{pmatrix}_{T \times T}$$

16 この場合の統計量の説明は、Johnston等の最近の計量経済学の教科書を参照。

17 Hamada-Kurosaka には、(4-1, 2) 式と同一の期間で暦年データによる GLS 推定結果があるが、ここでの GNP 75 のパラメーターも t -値は低いが、有意水準10%で有意になっている。Okun 係数は我々の場合よりかなり小さく、32.4, 13.2となっており、潜在 GNP 成長率も我々の結果より小さく、7.8%, 5.0%となっている。

18 GNP 75 のパラメーター 値が負になっており、計算不能。以下の——も同様。

19 ちなみに期間8の GLS による推定式を示すと、以

下の通りである。

$$\ln(100-UP) = 4.220 + 0.0326 \ln GNP75 - 0.00246T$$

(23.732) (2.118) (-3.600)

$$+ 0.00143D1 + 0.00408D2 + 0.0036D3$$

(0.544) (1.838) (2.048)

$$R^2 = 0.773, R^2_2 = 0.736, S.E. = 0.00179, D.W. = 1.928,$$

$$\rho_1 = 0.772, \rho_2 = 0.481.$$

20 この点は先の脚注17からも確認できよう。

21 我々が問題にしているのは、単なる定数項の変化ではなく、個別のパラメーター推定値の変化であるので、単なる定数項ダミーでは処理仕切れない。

22 煩雑になるので、季節ダミー変数は示さなかったが、すべて有意である。

23 黒坂・浜田の説明と異なるが、こうしないとパラメーターのオーダーが合わないので、黒坂・浜田の説明は若干ミス・リーディングである。Hamada-Kurosaka では我々の説明と同様に修正されている。

24 Hamada-Kurosaka では、1965-73の潜在 GNP 成長率を 8.7%, 1974-82のそれを 4.6% とし、全期間の Okun 係数を 28.0 と推定しており、我々の値に近づいている。

参 考 文 献

- [1] Akaike, H., "Information Theory and an Extension of the Maximum Likelihood Principle," in B. N. Petrov & F. Casaki, eds. *Second International Symposium on Information Theory*. (Budapest: Akademiai Kiado, 1973), 267-281.
- [2] 青木正直：『時系列解析と日本経済—システメ論的接近』，東洋経済，1984。
- [3] Cochran, D. & G. H. Orcutt, "Applications of Least Squares Regression to Relationships Containing Autocorrelated Error Terms," *Journal of American Statistical Association*, 44, (March, 1949), 32-61.
- [4] Fomby, Tomas B., R. Carter Hill & Stanley R. Johnston, *Advanced Econometric Methods*, Springer-Verlag, 1984.
- [5] Godfrey, L. G. "Testing Against General Autoregressive and Moving Average Error Models When the Regressors Include Lagged Dependent Variables," *Econometrica*, 46 (November, 1978), 1293-1301.
- [6] Hamada, Koichi & Yoshio Kurosaka, "The Relationships Between Production and Unemployment in Japan," *European Economic Review*, 25 (1984), 71-84.
- [7] 日野幹雄：『スペクトル解析』，朝倉書店，1977。
- [8] 一松 信：『数値解析』，朝倉書店，1983。
- [9] Johnston, J., *Econometric Methods*, 3rd ed., McGraw-Hill, 1984.

- [10] 経済企画庁調査局編：『日本経済の現況 昭和58年版』，大蔵省印刷局.
- [11] 黒坂佳央，浜田宏一：「失業率とGNPギャップ—日本における Okun 法則」，*経済学論集*，48. no. 1 (1982)，2-22.
- [12] Levinson, N., "The Wiener RMS (Root Mean Square) Error Criterion in Filter Design and Prediction." *Journal of Mathematics and Physics*, 25 (1947), 261-278.
- [13] Okun, Arthur M., "Potential GNP: Its Measurement and Significance," in *Proceedings of the Business and Economic Statistic Section*, American Statistical Association, 1962, 98-104.
- [14] Parzen, E., "Some Recent Advances in Time Series Modeling," *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-19, no. 6 (December, 1974), 723-730.
- [15] Perry, George L., "Potential Output and Productivity," *Brookings Papers on Economic Activity*, 8, no.1 (1977), 11-60.
- [16] Prais, S. J. & C. B. Winston, "Trend Estimators and Serial Correlation," *Cowles Commission Discussion Paper*, 383, Chicago, 1954.